

TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISHDA CHET ILDIZLARNING PAYDO BO‘LISHI VA ULARNI AJRATISH

Ismatov Normurod Asatulla o‘g‘li

JDPU o‘qituvchi

ismatov.normurod@mail.ru

Tarixan trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar maktab o‘quv dasturida alohida o‘rin tutgan. Aytishimiz mumkinki, trigonometriya matematika fanining eng muhim bo‘limlaridan biridir. Trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar matematika kursida o‘quv materialining mazmuni va ularni o‘rganish jarayonida shakllantirilishi mumkin bo‘lgan va yaratilishi kerak bo‘lgan o‘quv va kognitiv faoliyat usullari bo‘yicha markaziy o‘rinlardan birini egallaydi. Trigonometrik tenglamalar va tengsizliklarni yechish o‘quvchilarning trigonometriya bo‘yicha barcha o‘quv materialiga oid bilimlarini tizimlashtirish uchun zarur shart-sharoitlarni yaratadi va ular bilan samarali aloqalarni o‘rnatish imkonini beradi. Boshqacha qilib aytganda, trigonometrik tenglamalar va tengsizliklarni yechish usullarini ko‘rib chiqish ushbu ko‘nikmalarni yangi mazmunga o‘tkazishni o‘z ichiga oladi.

Ba`zi trigonometrik tenglamalarni yechish jarayonida chet ildizlar paydo bo‘lishi mumkin. Chet ildizlarining paydo bo‘lishi munosabati bilan ushbu savollarni qo‘yish mumkin:

- Chet ildizlar paydo bo‘lganini qanday aniqlash mumkin?
- Paydo bo‘lgan chet ildizlar qanday ajratiladi?
- Trigonometrik tenglamalarni yechishda chet ildizlar paydo bo‘lmasligini oldindan ta’minlash mumkinmi?

Quyida bu savollarga beriladigan javoblarni bayon qilamiz.

Trigonometrik tenglamalarni yechish jarayonida chet ildizlar asosan, quyidagi hollarda paydo bo‘lishi mumkin:

A) Tenglamani yechishda bajariladigan shakl almashtirishlar jarayonida berilgan trigonometrik tenglamaning aniqlanish sohasi kengayganda; B) Shakl almashtirishlar natijasida berilgan tenglamaning aniqlanish sohasi o‘zgarmagan

hollarda: tenglamaning har ikkala qismini kvadratning ko'targa da va berilgan trigonometrik tenglama o'zining aniqlanish sohasida ayniyat bo'lganda.

Bu hollarda qachon va qanday ro'y berishi, shuningdek paydo bo'lgan chet ildizlarni ajratishda yuqorida zikr etilgan tekshirishning ikkita usulidan qaysi birining afzalligi quyidagi keltiriladigan misollarda yaqqol namoyon bo'ladi.

$$\underline{1\text{-misol.}} \text{ Tenglamani yeching: } \frac{\sin 2x}{\cos 3x} = \frac{\cos 2x}{\sin 3x} \quad (1)$$

Yechish. Tenglamaning ikkala qismini $\cos 3x * \sin 3x$ ifodalar ko'paytiramiz.

Bundan

$$\cos 5x = 0. \quad (2)$$

$$x_n = \frac{\pi}{10}(2n + 1); n \in Z \quad (3)$$

qiymatlarni topamiz. (1) tenglamaning aniqlanish sohasi

$$\frac{\pi}{6}(2k + 1), k \in Z, \quad \frac{\pi m}{3}, m \in Z$$

sonlardan farqli bo'lgan sonlar to'plamidan, (2) tenglamaning aniqlanish sohasi esa barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat. Demak, bajarilgan shakl almashtirishlar natijasida berilgan tenglamaning aniqlanish sohasi kengaydi. Shuning uchun chet ildizlar paydo bo'lgan bo'lishi mumkin. Paydo bo'lgan chet ildizlarni (3) qiymatlarni (1) tenglamaning davri bo'yicha tekshirishdan foydalanib ajratamiz. (1) tenglamaning davri 2π ga teng. (3) qiymatlardan $(-\pi; \pi)$ oraliqqa tegishli bo'lganlarini tekshiramiz.

Quyidagi jadvalni tuzamiz:

n	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
X	$-\frac{9\pi}{10}$	$-\frac{7\pi}{10}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{3\pi}{10}$	$-\frac{\pi}{10}$	$-\frac{\pi}{10}$	$-\frac{3\pi}{10}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{7\pi}{10}$	$\frac{9\pi}{10}$
Ha, yo'q	ha	ha	yo'q	Ha	ha	Ha	Ha	yo'q	ha	ha

Tekshirish natijasiga ko'ra, (1) tenglamaning ildizlarini yozamiz:

$$x_1 = \pm \frac{9\pi}{10} + 2\pi n,$$

$$x_2 = \pm 0,7\pi + 2\pi n,$$

$$x_1 = \pm 0,3\pi + 2\pi n,$$

$$x_1 = \pm 0,1\pi + 2\pi n, n \in Z$$

$x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ qiymatlar esa (1) tenglamaning chet ildizlari ekan. (1) tenglama aniqlanish sohasining kengayish sababi: (1) tenglamaning ikkala qismini nol ga aylanishi mumkin bolgan $\cos 3x * \sin 3x$ ifodaga ko'paytirdik. Chet ildizlarining paydo bo'lish sababi: x ning chet ildizlardan iborat qiymatlarida (1) tenglamaning chap qismi 0/0 ko'rinishidagi aniqmaslikka aylanadi.

Endi shakl almashtirishlar natijasida berilgan trigonometric tenglamaning aniqlanish sohasi o'zgarmagan hollarda ham chet ildizlarning paydo bo'lishi mumkinligiga doir misollarni ko'rishga o'tamiz.

2-Misol. Tenglamani yeching:

$$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad (4)$$

Yechish. Quyidagicha shakl almashtiramiz:

$$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$$

Proporsiyaning xossasiga ko'ra:

$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)(\cos x + \sin x) &= \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)(\cos x - \sin x) \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\sin x &= \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos x - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\sin x \\ \cos\frac{\pi}{4} &= \sin\frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

O'quvchilar bu holatdan berilgan tenglama x ning har qanday aiyamatida to'g'rib o'ladi degan xulosaga keladilar. Bunday hollarda o'quvchilar diqqatini shakl almashtirishlar natijasida berilgan tenglama aniqlanish sohasining kengayganligiga, demak, chet ildizlar paydo bo'lgan bo'lishi mumkinligiga jalb qilish kerak. Chet ildizlarni toppish uchun x ning tenglamadagi kasrlarning maxrajlarini nolga, ba'zi funksiyalarni esa aniqmaslikka aylantiradigan qiymatlarini topish kerak. (5) tenglama holida

$$\cos x - \sin x = 0 \quad (5)$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (6)$$

Tenglamalarni yechamiz. Bu har ikkala tenglamalarning yechimlari:

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad (7)$$

Shu qiymatlar (4) tenglamaning chet ildizlaridir. (4) tenglama x ning (7) qiymatlaridan boshqa barcha qiymatlarida to'g'ri. x ning (31) dan farqli qiymatlari to'plami esa (4) tenglamaning aniqlanish sohasidan iborat. Demak, (4) tenglama o'zining aniqlanish sohasida ayniyat ekan.

Bu tenglama aniqlanish sohasining kengayish sababi: tenglamaning ikkala qismi nolga aylanishi mumkin bo'lgan $(\cos x - \sin x)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ifodaga ko'paytirildi.

Chet ildizlarning paydo bo'lish sababi: (4) tenglamaning aniqlanish sohasi avvaldan topilmadi.

Matematika kursida beriladigan ko'pchilik trigonometric tenglamalarni yechishda chet ildizlar paydo bo'lmasligini oldindan ta'minlash muhim. Chet ildizlar paydo bo'lmasligi uchun, avvalo, ular paydo bo'lishining yuqorida ko'rsatilgan sabablarini bilish va uning oldini olish lozim.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Algebra va analiz asoslari: Akad. litseylar uchun darslik/ A.U. Abduhamidov, H.A. Nasimov, U.M. Nosirov, J.H. Husanov [H.A. Nasimovning umumiy tahriri ostida]; O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi, O'rta maxsus kasb-hunar ta'limi markazi. 8-nashr.-T.: "O'qituvchi" NMIU, 2009. Q.I. -400b.
2. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Начала анализа.- М.:Наука. 1990.,-608с.
3. Супрун В.П. Математика для старшеклассников. Нестандартные методы решения задач. – М. Книжный дом «Либриком». 2009.-272с.
4. Тургунбаев Р.М. Кошназаров Р. Математик анализнинг баъзи элементар математика масалаларини ечишга татбиқи. Т.ТДПУ. 2008