

TASODIFIY FUNKSIYALAR APPROKTSIMATSIYASI HAQIDA

Yuldoshev Xudoyberdi Xolbek o'g'li

xudoyberdiyuldoshex@gmail.com

Jizzax davlat pedagogika instituti

2-kurs magistranti

Annotatsiya: ushbu maqolada tasodifiy funksiyalar approktsimatsiyasi haqida so'z boradi.

Kalit so'zlar: tasodifiy vektorlar, tasodifiy funksiyalar, operator, tasodifiy funksiyalar approktsimatsiyasi.

(X_k, Y_k) , $k=1,2,3,\dots$ bir xil taqsimlangan bog'liqsiz tasodifiy vektorlar ketma-ketligi bo'lib, $(X_1, Y_1) \in Q \square R^2$ to'plamda o'zgaruvchi (t,s) matematik kutilma va $\begin{pmatrix} \delta_1(t) & 0 \\ 0 & \delta_2(s) \end{pmatrix}$ kovariatsion matritsaga ega bo'lsin.

$C_\Omega(R^2)$ orqali barcha haqiqiy, o'rta kvadratik ma'noda tekis uzluksiz, o'lchovli va chegaralangan kovariatsion funksiyaga ega bo'lgan $\xi(t,s)$, $(t,s) \in R^2$ tasodifiy funksiyalar sinfini belgilaymiz. $\xi(t,s) \in C_\Omega(R)$ tasodifiy funksiyaning uzluksizlik modullari deb ataluvchi [1] quyidagi funksiyalarni kiritamiz:

$$\omega_\xi^{(1)}(\delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{|t-t'| \leq \delta_1 \\ |s-s'| \leq \delta_2}} \{M[\xi(t,s) - \xi(t',s')]^2\}^{\frac{1}{2}}, \quad \delta_1, \delta_2 \geq 0.$$

$$\omega_\xi^{(2)}(\delta) = \sup_{(t-t')^2 + (s-s')^2 \leq \delta^2} \{M[\xi(t,s) - \xi(t',s')]^2\}^{\frac{1}{2}}, \quad \delta \geq 0$$

$G \square Q$ kompaktga $\xi(t,s) \in C_\Omega(R^2)$ tasodifiy funksiyaning A.B.Drojina tomonidan kiritilgan $P_n(\xi; t,s) = \int_{R^2} \xi(x,y) dF_{t,s}^{(n)}$ (1)

chiziqli musbat operatori bilan approktsimatsiyasini qaraymiz, bunda

$$F_{t,s}^{(n)}(x,y) = P\left\{\frac{S_n^{(1)}}{n} < x; \frac{S_n^{(2)}}{n} < y\right\}, \quad S_n^{(1)} = \sum_{k=1}^n X_k, \quad S_n^{(2)} = \sum_{k=1}^n Y_k$$

Faraz qilaylik ushbu

$$(A): \sup_{(t,s) \in G} M|X_1 - t|^2 \leq L_1, \quad \sup_{(t,s) \in G} M|Y_1 - s|^2 \leq L_2, \quad 0 < L_1 < \infty,$$

shart o'rinli bo'lsin.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $\delta_1 = \sup_{(t,s) \in G} \delta_1(t)$, $\delta_2 = \sup_{(t,s) \in G} \delta_2(s)$

$$D_k = D_k(\delta_1, \delta_2) = \{(u, v); |u| \leq \frac{k}{\delta_1}, |v| \leq \frac{k}{\delta_2}\}$$

$$\acute{\alpha}_1(\delta_1, \delta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2 \setminus D_k} d\varphi(u, v),$$

$$\varphi(u, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^u \int_{-\infty}^v \exp\{-\frac{x^2 + y^2}{2}\} dx dy.$$

Teorema-1. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa, u holda a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya $\xi(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ uchun shunday $n_0(\xi) \in N$ mavjudki, barcha $n > n_0(\xi)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$\sup_{(t,s) \in G} \{M[\xi(t,s) - P_n(\xi, t, s)]^2\}^{\frac{1}{2}} \leq \acute{\alpha}_1 \cdot \omega_{\xi}^{(1)}(\frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}) \quad (2)$$

b) o'zgarmas son $\acute{\alpha}_1$ ni quyidagi ma'noda $C_{\Omega}(R^2)$ sinfda yaxshilab bo'lmaydi: ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_1(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya $\xi_n(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ mavjudki, barcha $n > n_1(\varepsilon)$ uchun

$$\sup_{(t,s) \in G} \{M[\xi_n(t,s) - P_n(\xi_n, t, s)]^2\}^{\frac{1}{2}} > (\acute{\alpha}_1 - \varepsilon) \omega_{\xi_n}(\frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}}) \quad \text{tengsizlik o'rinli}$$

bo'ladi.

$$E_k = E(\delta_1, \delta_2) = \{k^2 \leq \delta_1^2 u^2 + \delta_2^2 v^2 \leq (k+1)^2\}$$

$$\acute{\alpha}_2 = \acute{\alpha}_2(\delta_1, \delta_2) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{R^2 \setminus E_k} d\varphi(u, v) \text{ belgilash kiritamiz.}$$

Teorema 2. Agar (A) shart o'rinli bo'lsa, u holda

a) ixtiyoriy tasodifiy funksiya $\xi(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ uchun shunday $n_0(\xi) \in N$ mavjudki, barcha $n > n_0(\xi)$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$$\sup_{(t,s) \in G} \{M[\xi(t,s) - P_n(\xi, t, s)]^2\}^{\frac{1}{2}} \leq \acute{\alpha}_2 \cdot \omega_{\xi}^{(2)}(\frac{1}{\sqrt{n}}) \quad (3)$$

b) o'zgarmas son $\acute{\alpha}_2$ ni quyidagi ma'noda yaxshilab bo'lmaydi:

ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday $n_2(\varepsilon) \in N$ va tasodifiy funksiya $\xi_n(t,s) \in C_{\Omega}(R^2)$ mavjudki, barcha $n > n_2(\varepsilon)$ uchun

$\sup_{(t,s) \in G} \{ M[\xi_n(t,s) - P_n(\xi_n, t, s)]^2 \}^{\frac{1}{2}} > (\hat{\alpha}_2 - \varepsilon) \omega_{\xi_n} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

(1)- chizikli musbat operatorning ba'zi xususiy xollarini quyidagi misollarda qarab chiqamiz.

1-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari X_1, Y_1 bog'liqsiz bo'lib, mos ravishda t, s parametrli Bernuli taqsimotiga ega bo'lsin. U holda (t, s) parametrlar to'plami $Q = [0, 1]^2$, (1) – operator ikki o'zgaruvchili Bernshteyn polinomi bo'ladi.

$$P_n(\xi, t, s) = B_n(\xi, t, s) = \sum_{k=0}^n \sum_{e=0}^n C_n^k C_n^e t^k s^e \cdot (1-t)^{n-k} \cdot (1-s)^{n-e} \cdot \xi \left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n} \right).$$

Agar $G = Q$ deb olsak,

$$\sup_{(t,s) \in [0,1]^2} \{ M[\xi(t,s) - B_n(\xi, t, s)]^2 \}^{\frac{1}{2}} \leq c_1 \omega_{\xi}^{(1)} \left(\frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{bahodagi} \quad \text{yaxshilab}$$

$$\text{bo'lmaydigan o'zgarmas } c_1 = \hat{\alpha}_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$\sup_{(t,s) \in [0,1]^2} \{ M[\xi(t,s) - B_n(\xi, t, s)]^2 \}^{\frac{1}{2}} \leq c_2 \omega_{\xi}^{(2)} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{bahodagi} \quad \text{yaxshilab}$$

$$\text{bo'lmaydigan o'zgarmas } c_2 = \hat{\alpha}_2 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

2-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari korreliqlanmagan (korelyatsiyasi nolga teng bo'lgan) t va s parametrli Bernulli tasodifiy miqdorlari bo'lib, ularning birgalikda taqsimot qonuni

$$P\{X_1=1, Y_1=1\} = 0, \quad P\{X_1=1, Y_1=0\} = t,$$

$$P\{X_1=0, Y_1=1\} = s, \quad P\{X_1=0, Y_1=0\} = 1-t-s$$

tengsizliklar bilan berilgan bo'lsin. U holda (1) chizikli musbat operator Lorents[2] tomonidan kiritilgan Bernshteyn tipidagi ikki o'zgaruvchi polinomdir. Bunda

$$P_n(\xi, t, s) = B_n(\xi, t, s) = \sum_{k=0}^n \sum_{e=0}^n C_n^k C_n^e t^k s^e \cdot (1-t-s)^{n-e-k} \cdot (1-s)^{n-e} \cdot \xi \left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n} \right).$$

Bu holda parametrlar to'plami $Q = \{(t,s): 0 \leq t \leq 1; 0 \leq s \leq 1; t + s \leq 1\}$

Agar $G=Q$ bo'lsa, (2), (3) tengsizliklarda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmaslar, mos ravishda,

$$c_1 = \hat{\alpha}_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \quad c_2 = \hat{\alpha}_2 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

3-misol. (X_1, Y_1) tasodifiy vektor komponentalari bog'liqsiz bo'lib, ular mos ravishda t, s parametrli Puasson taqsimotiga ega bo'lsin. U holda

$P_n(\xi, t, s) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{e=0}^{\infty} \frac{(nt)^k (ns)^e}{k! \cdot e!} \exp\{-n(t+s)\} \cdot \xi \left(\frac{k}{n}; \frac{e}{n}\right)$ - Mirokyan operatoridir.

Parametrlar to'plami $Q=[0, \infty)^2$. Agar $G=\{(t,s); 0 \leq t \leq 1; 0 \leq s \leq 1\}$ bo'lsa, (2), (3) tengsizlikda yaxshilab bo'lmaydigan o'zgarmlar mos ravishda $c_1=\hat{\alpha}_1(1;1)$, $c_2=\hat{\alpha}_2(1;1)$.

Tasodifiy funksiyalar approksimatsiyasi masalalari Нагорный В.Н., Ядренко М[3]; Худайберганов Р.[4]; Мирзахмедов М.А. Худайберганов Р.[5]; Кодирова И.И.[6]; Дрожжина А.В.[1],[7]; Азларов Т.А.[8]; Омаров С.О.[9]; Селизиев О.В. [10],[11] Камолов А.И.[12],[13]; Мирзахмедов М.А., Камолов А.И. [14] va boshqalar tomonidan o'rganilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Дрожжина А.В. О линейной аппроксимации случайных полей. Теория вероятностей и математическая статистика, 1975, вып.13, с.46-52.
2. Lorentz G.G. Bernstein polynomials. Toronto unv. Press. 1953
3. Нагорный В.Н, Ядренко М.И. Полиномиальная интерполяция случайных процессов. Вестник КГУ, серия математики и механики, N13, 1971, с. 10-12.
4. Худайберганов Р. Об интерполяции случайных полей. Теория вероятностей и математическая статистика Ровп 10. 1971. с. 154-166.
5. Мирзахмедов М.А. Худайберганов Р. К вопросу приближения случайных процессов. Bulletin de Akademi polonaise dessei ser.math.,astr.,1973, v.21 N 12, p. 11477-1151.
6. Кадырова И.И. Об аппроксимации периодических непрерывных в сред немквадратическом процессов стохастическими тригонометрическими полиномами. Теория случайных процессов, 1975 вып. 3. с. 42-49.

7. Дрожжина Л.В. Совместное приближение случайных процессов и их производных линейными положительными операторами. Доклады АН УССР. А. 1984, N6, с.7-8.
8. Азларов Т.А. Одно замечание об интерполяции случайных полей. В сб: Предольные теоремы для случайных процессов и статистические выводы. Ташкент „ФАН”. 1981, с.3-6.
9. Омаров С.О. Линейная аппроксимация случайных процессов. Доклады АН УССР, серия А, 1984, N8, с.22-24
10. Селезнев О.В. Приближение периодических гауссовских процессов тригонометрическими полиномами. Доклады АН СССР, 1980, 250, I, с.35-38.
11. Селезнев О.В. О Приближении непрерывных периодических гауссовских процессов случайными тригонометрическими полиномами. В сб: случайные процессы и поля. Изд-во МГУ, 1979, с. 84-94
12. Камолов А.И. Приближение негауссовских процессов тригонометрическими полиномами Джексона. Рукопись деп, в ВИНТИ 28 февраля 1984г N1554-84 Деп-31с.
13. Камолов А.И. О точной оценки приближения случайных процессов полиномами Бернштейна. Доклады АНУ ССР. 1986, N11, с.3-5.
14. Мирзахмедов М.А, Камолов А.И. Оптимальные порядок и постоянные в приближении случайных процессов линейными положительными операторами Тезисы докладов международной конференции „Стохастическая оптимизация”. Ч.II. Киев, 1984 с. 26-27.