TEKISLIKDAGI NOEVKLID GEOMETRIYALAR

Quvondiqov Sardor Abduvahob o'g'li

Jizzax davlat pedagogika instituti

2-kurs magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada Tekislikdagi noevklid geometriyalar**,** Tekislikdagi yarim Evklid geometriyasi, Yarim evklid teksligidagi metrik munosabatlar, Tekslikdagi Minkovskiy geometriyasi haqida so'z boradi.

Kalit so'zlar: *tekislikdagi yarim Evklid geometriyasi, Yarim evklid tekisligidagi metrik munosabatlar, tekslikdagi Minkovskiy geometriyasi.*

Аннотация. В статье рассматриваются неевклидовы геометрии на плоскости, полуевклидова геометрия на плоскости, метрические отношения в полуевклидовом тексте, геометрия Минковского на плоскости.

Ключевые слова: *полуевклидова геометрия на плоскости, метрические соотношения на полуевклидовой плоскости, геометрия Минковского в тексте.*

Annotation. This article deals with non-Euclidean geometries in the plane, semi-Euclidean geometry in the plane, metric relations in the semi-Euclidean text, Minkovsky geometry in the plane.

Key words: *semi-Euclidean geometry in the plane, metric relations in the semi-Euclidean plane, Minkovsky geometry in the text.*

Minkovskiy tekisligi affin tekislik bo'lib, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2$$

Ko'rinishda aniqlanadi. Bunda $x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2$ son musbat, manfiy va nolga teng bo'lishi mumkin.

Kiritilgan skalyar ko'paytmadan foydalanib vektor uzunligini aniqlash mumkin. Ta'rifga ko'ra, $\vec{x}$ vektorni o'z-o'ziga skalyar ko'paytmasi

$$\vec{x}\cdot\vec{x}=\vec{x}^2={x_1}^2-{y_1}^2$$

songa teng. Evklid tekisligidagi kabi, vektor uzunligiga uning kvadratidan olingan kvadrat ildizga teng ya’ni

$$|\vec{x}|=\sqrt{\vec{x}^2}=\sqrt{\vec{x}\cdot\vec{x}}=\sqrt{{x_1}^2-{y_1}^2}; \qquad (2.1.1)$$

Agar $\vec{x}$ vektor $y=x$ bisektrissa to‘g‘ri chizig‘ida yotsa uning uzunligi nolga teng bo‘ladi. U holda $\vec{x}$ vektor aniqlaydigan yo‘nalish izotrop yo‘nalish deb ataladi. Bu yo‘nalishdagi nuqtalar ustma-ust tushmasada ular orasidagi masofa nolga teng bo‘ladi. Agar (2.1.1) munosabatda $x>y$ bo‘lsa, $\vec{x}$ vektor uzunligi haqiqiy songa, aks holda manfiy songa teng bo‘ladi.

Ma’lumki [3], evklid tekisligida berilgan nuqtadan bir xil masofada yotgan nuqtalar to‘plami aylanani hosil qiladi. Burilgan nuqta boshi $O(o,o)$ bo‘lsin. U holda, $O(o,o)$ nuqtada bir xil yotgan $M(x,y)$ nuqtalar to‘plami minkovskiy tekisligini qanday geometrik o‘rinni hosil qilishini ko‘rib chiqamiz.

$$|OM|=|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{\overrightarrow{OM}^2}=\sqrt{x^2-y^2}=R;$$

Bundan $x^2-y^2=R^2$ kelib chiqadi. Demak evklid tekisligidagi teng yonli giperbola minkovskiy tekisligidagi aylana bo‘lar ekan.

Kiritilgan skalyar ko‘paytma va vektor uzunliklari tushunchalaridan foydalanib quyidagi to‘plamlarni aniqlash mumkin.

1. Vektor uzunligi nolga teng bo‘lgandagi to‘plamni E_0 bilan belgilaylik va u nimalardan tuzilganligini aniqlaymiz.

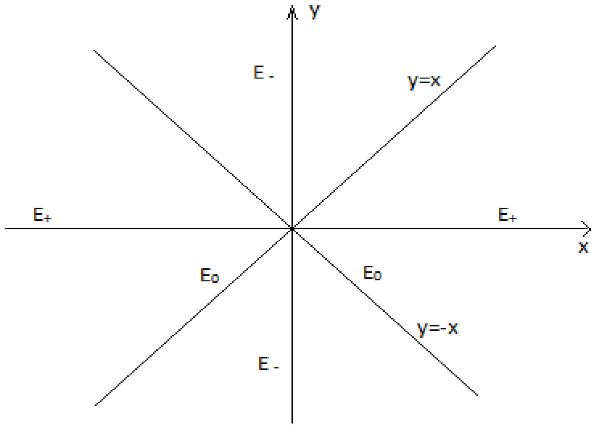
$\overrightarrow{OM}$ vektor uchun $|\overrightarrow{OM}|=0$ bo‘lsa, $x^2-y^2=0\ \Rightarrow y=\neq x$

Demak E_0 to‘plam ikkita $y=\neq x$ to‘g‘ri chiziqlardan tashkil topgan ekan. Shunga o‘xshash E_+va E_- to‘plamlar uchun;

$$E_+=\{\vec{x}(x,y);\ |x|>|y|\}$$

$$E_-=\{\vec{x}(x,y);\ |x|<|y|\}.$$

Bu to‘plamlarni dekart reperi yordamida quyidagicha ko‘rsatish mumkin.



E_0, E_+va$E_-$to‘plamlar uchun quyidagi munosabatlar doimo o‘rinli

$E = E_+ \cup E_- \cup E_0, \quad E_+ \cap E_- = \emptyset, \quad E_+ \cap E_0 = \emptyset, \quad E_- \cap E_0 = \emptyset$

E_0 to‘plam noldan farqli elementlarga ega ekanligini ko‘rsatish mumkin.

$\vec{x} \in E_+,\ \vec{y} \in E_-$bo‘lsin. U holda $\vec{z} = \vec{x} + t \cdot \vec{y}$ to‘g‘ri chiziq E_0 to‘plamni kesib o‘tishini ko‘rsatish mumkin. Bu yerda $\vec{z} = \vec{x} + t \cdot \vec{y}$ ifoda to‘g‘ri chiziqning vektor tenglamasidir. $t \in R$ning shunday qiymati mavjudki $\vec{z} \cdot \vec{z} = 0$ tenglik bajariladi.

$\vec{z}^2 = (\vec{x} + t \cdot \vec{y})^2 = \vec{x}^2 + 2\vec{x} \cdot \vec{y} \cdot t + t^2 \cdot \vec{y}^2 = 0$

oxirgi ifodani t ga nisbatan kvadrat tenglama deb qabul qilsak,

$$t = \frac{-\vec{x}\cdot\vec{y} \pm \sqrt{(\vec{x}\cdot\vec{y})^2 - \vec{x}^2\cdot\vec{y}^2}}{\vec{y}^2} \text{ bu erda } (\vec{x} \cdot \vec{y})^2 - \vec{x}^2 \cdot \vec{y}^2 > 0$$

Demak, $\vec{x}$ va $\vec{y}$ vektorlar har xil haqiqiy va mavhum uzunliklarga ega bo‘lsalar yuqoridagi kvadrat tenglama haqiqiy yechimga ega bo‘ladi. Masalan, oxirgi tengsizlikda $\vec{x}^2 = -1$ yoki $\vec{y}^2 = -1$ bo‘lsa tengsizlik doimo musbat bo‘ladi. Minkovskiy tekisligidan vektor uchun normani quyidagicha kiritish mumkin

$$\forall \vec{x} \in E_+ \text{ учун } \|\vec{x}\| > 0,$$
$$\forall \vec{x} \in E_- \text{ учун } \|\vec{x}\| < 0,$$
$$\forall \vec{x} \in E_0 \text{ учун } \|\vec{x}\| = 0,$$

Ma’lumki evklid tekisligida ixtiyoriy $\vec{x}$ vektorni uning uzunligi va birlik vektori orqali ifodalash mumkin. Minkovskiy tekisligida bu ifodalash quyidagicha bo‘lishligi mumkin.

$$\vec{x} = \begin{cases} \|\vec{x}\| \cdot \vec{x}^0, & \text{агар } \vec{x} \in E_+ \\ -i \cdot \|\vec{x}\| \cdot \vec{x}^0, & \text{агар } \vec{x} \in E_- \end{cases}$$

Bu yerda $\vec{x}^0$ vektor $\vec{x}$ ning birlik vektoridir.

Minkovskiy tekisligidagi β – reperda $\vec{e}_1$va$\vec{e}_2$lar bazis vektorlar bo‘lsin. Ular turli xil uzunliklarga ega bo‘lganligi hamda bisektrissasiga nisbatan simmetrik joylashganligi uchun minkovskiy ma’nosidagi skalyar ko‘paytmaga ko‘ra o‘zaro ortaganal bo‘ladi ularga qurilgan parallelogramni kvadrat deb qabul qilamiz. Uning yuzasi$S = 1$ga teng.

Ixtiyoriy $\vec{x}$ va $\vec{y}$ vektorlarga yasalgan parellelogram yuzasi

$$S = |\vec{x} \cdot \vec{y}| = |x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2|.$$

Bu yerda $x_1$va $y_1$hamda $x_2$va y_2 lar mos holda $\vec{x}$ va $\vec{y}$ vektorlarning koordinatalaridir. Ma’lumki [5] parallelogram yuzasi uning bir tomoni va tomonga tushirilgan balandlikning ko‘paytmasiga teng. Aytaylik $\vec{y}$ – parallelogram asosi, $\vec{h}$ - esa, unga tushirilgan balandlik bo‘lsin. U holda vektorni qo‘shishni uchburchak qoidasiga asosan, $\vec{h} = \vec{x} - \vec{z}$ bo‘ladi. Bu yerda $\vec{z}$ vektor $\vec{x}$ tomonning $\vec{y}$ tomondagi proeksiyasi ya’ni,

$$\vec{z} = \text{пр}_{\vec{y}}\vec{x} = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{y}|^2} \cdot \vec{y}.$$

Ta’rifga ko‘ra yuza

$$S = \vec{h} \cdot \vec{y} = |x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2|$$

Agar vektorlar mavhum uzunlikka ega bo‘lsalar yuza $S = -i \cdot |\vec{h}| \cdot |\vec{y}|$.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. М.: Наука, 1987. Т. 2; Геометрия.
2. Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф. от проективной геометрия – к неевклидовой. М. Просвещение, 1979
3. Винберг Э.Б. О неевклидовой Геометрии. 1996
4. Dadajonov N.D. Geometriya